



WISKUNDE GRAAD 8



DATUM:

LES 1

ONDERWERP: MEETKUNDIGE EN NUMERIESE PATRONE

KONSEPTE EN VAARDIGHEDE OM TE BEREIK:

Aan die einde van die les behoort leerders te weet en in staat te wees om:

- Ondersoek en brei numeriese en meetkundige patrone uit deur die verwantskappe tussen getalle, insluitend patrone, waar te neem:
 - voorstelling in fisiese of diagramvorm;
 - nie beperk tot reekse wat 'n konstante verskil of verhouding behels nie;
 - wat die leerder self geskep het;
 - in tabelle voorgestel;
 - algebraïese voorstelling.
- Beskryf en bewys die verhoudings of verwantskappe wat waargeneem is in eie woorde of in algebraïese taal
 - verskillende soorte getalpatrone te identifiseer.
 - om die volgende twee terme in 'n getalpatroon te gee.

BRONNE:

DBE Werkboek Sasol-Inzalo boek 1, Handboek

LES 1 LESONTWIKKELING



INLEIDING:



TERMINOLOGIE EN SIMBOLE.

- 'n **Getalpatroon** is 'n patroon of volgorde in 'n **reeks getalle**. Hierdie patroon vestig gewoonlik 'n algemene verband tussen alle getalle.
- 'n Lys van getalle wat 'n patroon vorm, word 'n **ry** genoem.
- Elke getal in 'n ry word 'n **term** van die ry genoem.
- Daar word gesê dat getalle wat op mekaar volg, **opeenvolgend** is.
- As die verskil tussen opeenvolgende terme van 'n ry dieselfde is, sê ons die verskil is **konstant**.

Voorbeelde

3; 8; 13; 18

Hier kry ons die **getalle** in die **patroon** deur telkens 5 by die vorige term te voeg.

Ry:

3; 8; 13; 18

3; 8; 13; 18

Eerste term = 3 ($a = T_1 = 3$)

4^{de} Term = 18 ($T_4 = 18$)

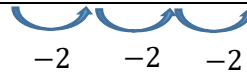
3 ; 8 ; 13 ; 18

 +5 +5 +5

Die konstante verskil is 5. ($d = 5$)

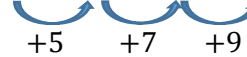
3 ; 1 ; -1 ; -3 ;





Die konstante verskil is -2 . ($d = -2$)

3 ; 8 ; 15 ; 25



Hier tel ons 5, dan 7, dan 9 by ...

Die verskil is dus NIE konstant nie.

3 ; 6 ; 12 ; 24 ;



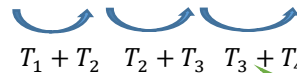
Hier vermenigvuldig ons elke term met 2 om die volgende term te kry. Die konstante verhouding is:

$$\frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{24}{12} = 2 \quad (r = 2)$$

- 'n Reeks kan gevorm word deur herhaaldelik te vermenigvuldig of te deel. In hierdie geval is die **verhouding** tussen opeenvolgende terme **konstant**.

- 'n Reeks kan ook so gevorm word dat **nie** die verskil of die verhouding tussen opeenvolgende terme **konstant** is nie.

1 ; 1 ; 2 ; 3 ; 5



Ook Fibonacci-getalpatroon genoem

DIE TERM-TERM VERBAND IN 'N RY:

Ons kan 'n patroon of verwantskap identifiseer tussen die opeenvolgende terme ten einde die patroon uit te brei.

'n Getal patroon kan geanaliseer word deur op die verwantskap tussen opeenvolgende terme te fokus. Sien die voorbeelde hieronder:

- 3; 7; 11; 15; 19; ... begin met 3, 4 word elke keer by vorige term getel
- 1; 2; 4; 7; 11; 16; 22; ... begin met 1, tel 1 by en vermeerder dan die getal waarby 1 elke keer getel word. (so: tel 1, 2, 3, 4, ...).

KLASWERK:

WERK DEUR DIE VOLGENDE VOORBEELDE WAT VIR JOU SAL LEER HOE OM VAN 1 TERM NA DIE VOLGENDE TE BEWEEG. SKRYF JOU ANTWOORDE IN JOU KLASWERKBOEK. MOEINIE NA DIE ANTWOORDE AAN DIE EINDE VAN DIE LESSE KYK VOORDAT JY NIE AL DIE OEFENINGE KLAAR GEMAAK HET NIE.



ACTIVITY 1:

1. Skryf die volgende drie getalle in elk van die rye hier onder neer. Verduidelik ook in elke geval skriftelik hoe jy uitgewerk het wat die getalle moet wees.

- a) Ry A: 2; 5; 8; 11; 14; 17; 20; 23;
- b) Ry B: 4; 5; 8; 13; 20; 29; 40;
- c) Ry C: 1; 2; 4; 8; 16; 32; 64;
- d) Ry D: 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19;
- e) Ry E: 4; 5; 7; 10; 14; 19; 25; 32; 40;
- f) Ry F: 2; 6; 18; 54; 162; 486;
- g) Ry G: 1; 5; 9; 13; 17; 21; 25; 29; 33;
- h) Ry H: 2; 4; 8; 16; 32; 64;

2. Watter rye hier bo is van dieselfde soort as ry A? Verduidelik jou antwoord.

NB: As die getal wat ons bytel dwarsdeur die ry dieselfde bly, se ons dit is 'n konstante verskil.

3. Skryf 'n reël om die verband tussen die getalle in die ry te beskryf. Skryf die rye oor en gebruik die reël om die ontbrekende getalle in die ry te bereken.

(a) 1; 8; 15; ; ; ; ; ...

(b) 10 020; ; ; ; 9 980; 9 970; ; ; 9 940; 9 930; .

Dieselfde getal is bygetel/afgetrek met elke nuwe term.

Die volgende voorbeeld verskil van nr 1,2 :

4. Verduidelik hoe die nuwe term bereken is: 2; 6; 18; 54; 162; 486; ...

JA, elke term is elke keer met 3 vermenigvuldig:

KONSOLIDASIE:

- **As die getal wat ons bytel dwarsdeur die ry dieselfde bly, sê ons dit is 'n konstante verskil.**
- **Die getal waarmee ons vermenigvuldig om die volgende term in die ry te kry word 'n verhouding genoem. As die getal waarmee ons vermenigvuldig dwarsdeur die ry dieselfde bly, sê ons dit is 'n konstante verhouding.**

HISWERK:

VOLTOOI DIE OEFENINGE IN JOU KLASWERKBOEK. MOENIE DIE ANTWOORDE RAADPLEEG VOORDAT JY NIE EERS AL DIE OEFENINGE KLAARGEMAAK HET NIE.

1. Kopieër en voltooi die tabel:

Invoergetal	1	2	3	4	5	12	23
Invoergetal + 7	8		10		12		



2. Beskryf die reël, in woorde, om die volgende term in elke ry te vind. Skryf ook die volgende 5 terme in elke ry neer.

(a) 1; 10; 100; 1 000; ... (b) 16; 8; 4; 2; ... (c) 7; -21; 63; -189; ...

(d) 3; 12, 48; ...

3. Kopieër die tabel en voltooi dit:

Invoergetale	1	2	3	4		12	n
Uitvoergetal	6			24	36		



LES 2:

INLEIDING:

Gister het ons geleer dat terme in 'n ry bepaal kan word deur optel, aftrek en vermenigvuldiging.

Hierdie rye is rye met konstante verskille of konstante verhoudings tussen opeenvolgende terme.

KLASWERK:

VANDAG GAAN ONS PATRONE ONDERSOEK WAT GEVORM WORD SONDER OPTEL OF VERMENIGVULDIGING VAN DIESELFDE GETAL.

WERK DEUR DIE VOLGENDE VOORBEELDE. SKRYF JOU ANTWOORDE IN JOU KLASWERKBOEK. MOENIE NA DIE ANTWOORDE AAN DIE EINDE VAN DIE LESSE KYK VOORDAT JY NIE AL DIE OEFENINGE KLAAR GEMAAK HET NIE.

AKTIWITEIT 1:

- Beskou di volgende ry 10; 17; 26; 37; 50; ...
 - Skryf die volgende vyf getalle in die ry neer.
- Watter van die stellings hieronder kan gebruik word om die verwantskap tussen die getalle in die ry te beskryf? Toets die reël vir die eerste drie terme van die ry en skryf dan bloot "ja" of "nee" langs elke stelling neer.
 - Vermeerder elke keer die verskil tussen opeenvolgende terme met twee.
 - Vermeerder elke keer die verskil tussen opeenvolgende terme met een.
 - Tel twee meer by as wat jy bygetel het om die vorige term te kry.

KONSOLIDASIE:

DAAR IS RYE WAAR DAAR NIE 'N KONSTANTE VERSKIL OF 'N KONSTANTE VERHOUDING TUSSEN OPEENVOLGENDE TERME IS NIE MAAR DAAR BESTAAN WEL 'N PATROON

HUISWERK:

VOLTOOI DIE OEFENINGE IN JOU KLASWERKBOEK. MOENIE DIE ANTWOORDE RAADPLEEG VOORDAT JY NIE EERS AL DIE OEFENINGE KLAARGEMAAK HET NIE.

- Verskaf 'n reël om die verband tussen die getalle in die rye hier onder te beskryf. Gebruik dan jou reël om die volgende vyf getalle in elke ry te bereken.
 - 1; 4; 9; 16; 25;
 - 2; 13; 26; 41; 58;
 - 4; 14; 29; 49; 74;
 - 5; 6; 8; 11; 15; 20;



LES 3:

INLEIDING:

In hierdie les gaan ons leer hoe om van die posisie van 'n term gebruik te maak om opeenvolgende terme te bepaal.

LESONTWIKKELING

KLASWERK:

WERK DEUR DIE VOLGENDE VOORBEELDE. SKRYF JOU ANTWOORDE IN JOU KLASWERKBOEK. MOEINIE NA DIE ANTWOORDE AAN DIE EINDE VAN DIE LESSE KYK VOORDAT JY NIE AL DIE OEFENINGE KLAAR GEMAAK HET NIE.

Aktiwiteit 1:

Beskou die volgende ry 5; 8; 11; 14; 17; 20; 23;...

Sizwe het nagedink oor Amanda en Tamara se verduidelikings van hoe hulle die reël vir ry A uitgewerk het en hy het 'n tabel opgestel. Hy stem saam met hulle maar hy se daar is nog 'n reël wat ook sal werk. Hy verduidelik:

My tabel wys die terme in die ry en die verskil tussen opeenvolgende terme::

1	2	3	4	5	6	7
5	8	11	14	17	20	23
	+3	+3	+3	+3	+3	+3

Sizwe redeneer dat die volgende reël ook sal werk:

Vermenigvuldig die posisie van die getal met 3 en tel 2 by die antwoord.

Ek kan hierdie reël as 'n getaltesin skryf: Posisie van die getal $\times 3 + 2$

Ek gebruik my getaltesin om te toets: $1 \times 3 + 2 = 5$; $2 \times 3 + 2 = 8$; $3 \times 3 + 2 = 11$

1. (a) Waarvoor staan die getalle in vet druk in Sizwe se getaltesin?

(b) Waarvoor staan die getal 3 in Sizwe se getaltesin?

2. Kyk na hierdie ry: 5; 8; 11; 14; ...

Pas Sizwe se reël op die ry toe en bepaal:

(a) term sewe van die ry

(b) term tien van die ry

(c) die honderdste term van die ry



HUISWERK:

VOLTOOI DIE OEFENINGE IN JOU KLASWERKBOEK. MOENIE DIE ANTWOORDE RAADPLEEG VOORDAT JY NIE EERS AL DIE OEFENINGE KLAARGEMAAK HET NIE.

1. Kyk na hierdie ry: 3; 5; 7; 9; 11; 13; 15; 17; 19; ...

(a) Gebruik Sizwe se verduideliking om 'n reël vir die ry te bepaal.

(b) Bepaal die 28ste term van die ry.

2. Kopieër en voltooi:

a.

Posisie in ry	1	2	3	4	10	54
Term	4	7	10	13		

b.

Posisie in ry	1	2	3	4	8	16
Term	4	9	14	19		

c.

Posisie in ry	1	2	3	4	7	30
Term	3	15	27			

3. Kopieër die tabel. Gebruik die reël **Posisie in die ry × (posisie in die ry + 1)** om hierdie tabel te voltooi.

Posisie in die ry	1	2	3	4	5	6
Term	2					

LES 4:

INLEIDING: ONDERSOEK EN BREI MEETKUNDIGE PATRONE UIT

Ons kan getalle voorstel as 'n rangskikking van kolletjies of sirkeltjies in verskeie vorms, byvoorbeeld, driehoek, vierkant, vyfhoek, seshoek, ensovoorts. Hierdie getalle word veelhoekgetalle genoem. Byvoorbeeld, 15 balle kan in 'n driehoekvorm gerangskik word met vyf balle in 'n ry, vier in 'n ry bokant hulle, drie in 'n ry bokant daardie, twee in 'n ry bokant die drie en een in die boonste ry. Hierdie veelhoeke is tweedimensioneel maar ons kan die voorstellings uitbrei na drie-dimensioneel. Die patrone wat gevorm word deur hierdie voorstellings word meetkundige patrone genoem, maar hulle verteenwoordig getalpatrone of getallerye.



HIERDIE LES FOKUS OP DIE ONDERSOEK EN UITBREIDING VAN MEETKUNDIGE PATRONE

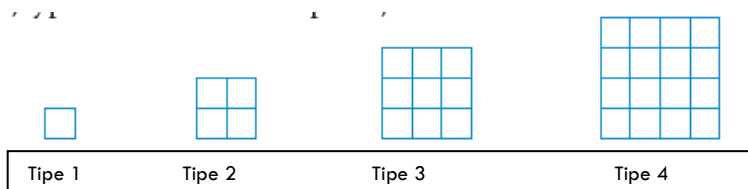
LESONTWIKKELING

KLASWERK:

WERK DEUR DIE VOLGENDE VOORBEELDE. SKRYF JOU ANTWOORDE IN JOU KLASWERKBOEK. MOEINIE NA DIE ANTWOORDE AAN DIE EINDE VAN DIE LESSE KYK VOORDAT JY NIE AL DIE OEFENINGE KLAAR GEMAAK HET NIE.

Aktiwiteit 1: Vierkantsgetalle

'n Fabrik maak vensterrame. Tipe 1 het een vensterruit, tipe 2 het vier vensterruite, tipe 3 het nege vensterruite, en so aan.



1. Hoeveel vensterruite het 'n tipe 5-raam?
2. Hoeveel vensterruite het 'n tipe 6-raam?
3. Hoeveel vensterruite het 'n tipe 7-raam?
4. Hoeveel vensterruite het 'n tipe 12-raam? Verduidelik.

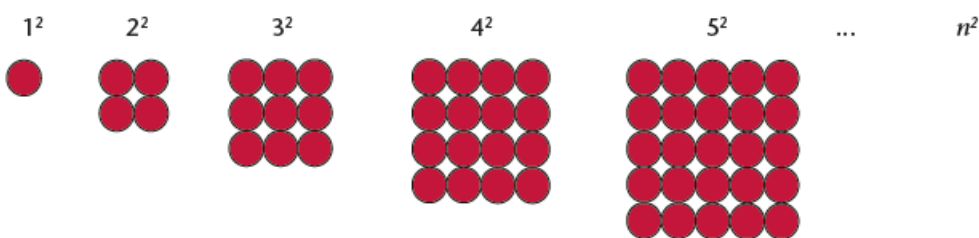
5. Skryf die tabel oor en voltooi dit. Wys jou berekeninge.

Tipe raam	1	2	3	4	15	30
Aantal vensters	1	4	9			

KONSOLIDASIE:

In algebra dink ons aan 'n kwadraat as 'n getal wat verkry word deur 'n getal met homself te vermenigvuldig. Dus is 1 ook 'n kwadraat want $1 \times 1 = 1$.

Die simbool n word hier onder gebruik om die *posisienommer* in die uitdrukking voor te stel wat die reël (n^2) gee wanneer ons veralgemeen .

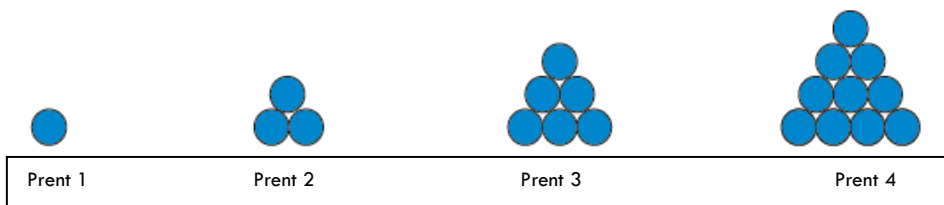


HUISWERK:

VOLTOOI DIE OEFENINGE IN JOU KLASWERKBOEK. MOENIE DIE ANTWOORDE RAADPLEEG VOORDAT JY NIE EERS AL DIE OEFENINGE KLAARGEMAAK HET NIE.

DRIEHOEKGETALLE:

1. Therese gebruik sirkels om 'n patroon van driehoekige figure te vorm:



1. As die patroon voortgesit word, hoeveel sirkels moet Therese hê:

- (a) in die onderste ry van figuur 5 hê?
- (b) in die tweede ry van onder in figuur 5 hê?
- (c) in die derde ry van onder in figuur 5 hê?
- (d) in die tweede ry van die bo in figuur 5 hê?
- (e) in die boonste ry van figuur 5 hê?
- (f) altesaam in figuur 5 hê? Wys jou berekening.

2. Hoeveel sirkels het Therese nodig om figuur 7 te maak? Wys die berekening.



3. Hoeveel sirkels het Therese nodig om figuur 8 te maak?

4. Kopieër die tabel en voltooi. Toon al jou werk.

Prent nr	1	2	3	4	5	6	12	15
Aantal sirkels	1	3	6					

LES 5:

INLEIDING:

Les 4 het gehandel oor vierkantsgetalle en driehoekgetalle:

Driehoekgetalle is die getalle 3, 6, 10, 15 en so voortsen vorm 'n driehoekpatroon. Hulle het die getalle met kolletjies voorgestel wat hulle in die vorm van gelyksydige driehoeke gerangskik het, vandaar die naam driehoekgetalle.

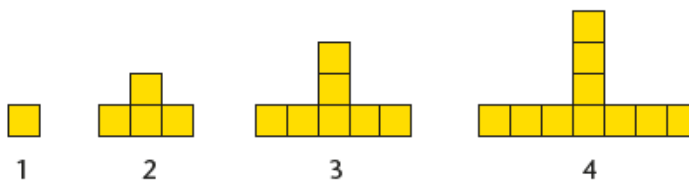
VANDAG GAAN ONS ONDERSOEK HOE OM PATRONE OP VERSKILLENDE MANIERE TE BESKRYF.

LESONTWIKKELING

KLASWERK:

WERK DEUR DIE VOLGENDE VOORBEELDE. SKRYF JOU ANTWOORDE IN JOU KLASWERKBOEK. MOEINIE NA DIE ANTWOORDE AAN DIE EINDE VAN DIE LESSE KYK VOORDAT JY NIE AL DIE OEFENINGE KLAAR GEMAAK HET NIE.

Hierdie patroon bestaan uit vierkante.



- 1. (a) Hoeveel vierkante sal daar in figuur 5 wees?
- (b) Hoeveel vierkante sal daar in figuur 15 wees?
- (c) Skryf die tabel oor en voltooi dit:

Patroon nr	1	2	3	4	5	6	20
Aantal vierkante	1	4	7	10			

Hier onder is drie verskillende metodes of planne om die getal vierkante vir figuur 20 te bereken. Bestudeer elkeen sorgvuldig.

Plan A:

Om van een vierkant by vier vierkante uit te kom, moet jy drie vierkante bytel. Om van vier vierkante by sewe vierkante uit te kom, moet jy drie vierkante bytel. Om van sewe vierkante by tien vierkante uit te kom, moet jy drie vierkante bytel. Hou dus aan om drie vierkante by te tel vir elke figuur tot by figuur 20.



Plan B:

Vermenigvuldig die figuurnommer met drie en trek twee af. Figuur 20 sal dus $20 \times 3 - 2$ vierkante hê.

Plan C:

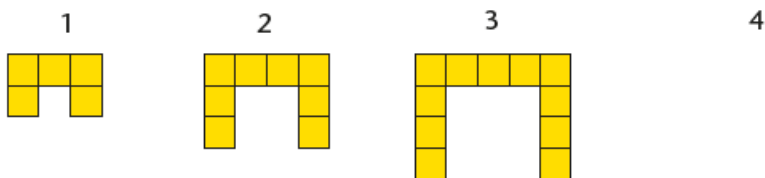
Die getal vierkante in figuur 5 is 13. Figuur 20 sal dus $13 \times 4 = 52$ vierkante hê want $20 = 5 \times 4$.

HUISWERK:

VOLTOOI DIE OEFENINGE IN JOU KLASWERKBOEK. MOENIE DIE ANTWOORDE RAADPLEEG VOORDAT JY NIE EERS AL DIE OEFENINGE KLAARGEMAAK HET NIE.

Drie figure word gegee.

1 a) Teken die volgende figuur in die patroon.



(b) Hoeveel teels sal daar in die 17de figuur wees as die patroon voortgesit word?

LES 6:

INLEIDING:

VANDAG SAL ONS MEER VOORBEELDE IN OEFEN

HUISWERK:

VOLTOOI DIE OEFENINGE IN JOU KLASWERKBOEK. MOENIE DIE ANTWOORDE RAADPLEEG VOORDAT JY NIE EERS AL DIE OEFENINGE KLAARGEMAAK HET NIE.

1. Skryf die volgende vier terme in elke ry neer. Verduidelik ook elke keer hoe jy uitgewerk het wat die terme is.

(a) 2; 4; 8; 14; 22; 32; 44;

(b) 2; 6; 18; 54; 162;

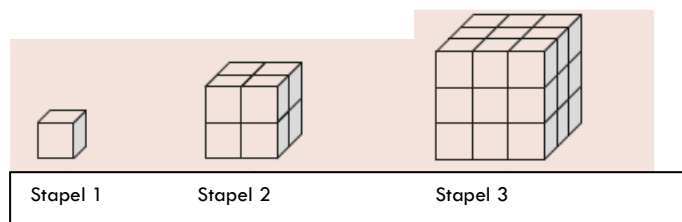
(c) 1; 7; 13; 19; 25

2. (a) Skryf die tabel oor en voltooi dit deur die ontbrekende terme te bereken:

Posisie in ry	1	2	3	4	5	7	10
term	3	10	17				

(b) Skryf die reël om die term vir enige posisionommer te bereken in woorde.

3. Beskou die stapels



(a) Hoeveel kubusse sal daar in stapel 5 wees?

(b) Skryf die tabel oor en voltooi dit.

Stapel nr	1	2	3	4	5	6	10
Aantal kubusse	1	8	27				

(c) Skryf die reël neer om die getal kubusse vir enige stapelnummer te bereken.



MEMORANDUM:

LES 1:

KLASWERK:

Aktiwiteit 1:

- 1
 - a) 26; 29; 32 – Tel telkens 3 by.
 - b) 2. 53; 68; 85 – Tel opeenvolgende onewe getalle by: 1 dan 3, dan 5, ensovoorts.
 - c) 3. 128; 256; 512 – Vermenigvuldig telkens met 2.
 - d) 4. 21; 23; 25 – Tel telkens 2 by of tel in onewe getalle van 21 af.
 - e) 5. 49; 59; 70 – Tel opeenvolgende natuurlike getalle by: 1 dan 2, dan 3, f) ensovoorts.
 - g) 6. 1 458; 4 374; 13 122 – Vermenigvuldig telkens met 3.
 - h) 7. 37; 41; 45 – Tel telkens 4 by.
 - i) 8. 128; 256; 512 – Vermenigvuldig telkens met 2.
 2. Ry D en Ry G. 'n konstante getal word bygevoeg elke keer
 3. a) 22; 29; 36; 43
b) 10 010; 10 000; 9 990;
- Reëls:
(a) tel 7 by (b) trek 10 af

HUISWERK:

1.

Invoer getal	1	2	3	4	5	12	23
Invoer getal + 7	8	9	10	11	12	19	30

2. (a) 10 000; 100 000; 1 000 000; 10 000 000; 100 000 000
Vermenigvuldig elke getal met 10 om die volgende een te bereken.
- (b) 1; 0,5; 0,25; 0,125; 0,0625
Deel elke getal deur 2 om die volgende een te bereken.
- (c) 567; -1 701; 5 103; -15 309; 45 927
Vermenigvuldig elke getal met -3 om die volgende een te bereken.
- (d) 192; 768; 3 072; 12 288; 49 152
Vermenigvuldig elke getal met 4 om die volgende een te bereken. (a) 10 000; 100 000; 1 000 000; 10 000 000; 100 000 000



3.

Invoer getal	1	2	3	4	6	12	n
Uitvoer getal	6	12	18	24	36	72	$n \times 6$

LES 2:

KLASWERK

Atiwiteit 1:

1. (a) 65; 82; 101; 122; 145

2. a) Ja. Toets: Die verskil tussen 17 en 10 is 7. Maak die verskil meer met 2 om 9 te kry, tel dan 9 by 17 om die volgende term, 26 te kry. Gaan so voort om die ander terme te kry.

(b) Nee. Toets: Die verskil tussen 17 en 10 is 7. Maak die verskil meer met 1 om 8 te kry, tel dan 8 by 17. Dit gee 25 wat nie die volgende term in die ry is nie.

(c) Ja. Die toets is dieselfde as in vraag 3(a).

HUISWERK:

1. (a) 36; 49; 64; 81; 100. Die waarde van elke term is die kwadraat van die posisie van die term.

(b) 77; 98; 121; 146; 173. Tel opeenvolgende onewe getalle by: 11; 13; 15; ...

(c) 104; 139; 179; 224; 274. Tel opeenvolgende veelvoude van 5 by: 10; 15; 20; ...

(d) 26; 33; 41; 50; 60. Tel opeenvolgende natuurlike getalle by: 1; 2; 3; ...



LES 3:

KLASWERK:

Aktiwiteit 1:

- (a) Die posisie van die term in die ry (of die nommer van die term).
(b) Dit is die konstante verskil tussen die terme.
- (a) $7 \times 3 + 2 = 21 + 2 = 23$
(b) $10 \times 3 + 2 = 30 + 2 = 32$
(c) honderdste = $100 \times 3 + 2 = 300 + 2 = 302$

HUISWERK:

- (a) Posisie van die getal $\times 2 + 1$ (of $2n + 1$)
(b) ag-en-twintigste term = $28 \times 2 + 1 = 56 + 1 = 57$
- a) 31; 163
b) 39; 79
c) 39; 75 ;351
- 6; 12; 20; 30; 42

LES 4:

KLASWERK:

Aktiwiteit 1:

- 25
- 36
- 49
- Daar sal 144 vensterruite wees. Kry die vierkant van die getal van die tipe venster om die getal vensterruite te bepaal. Dus, vir tipe 12 is daar $12 \times 12 = 144$.
- $4 \times 4 = 16$; $15 \times 15 = 225$; $30 \times 30 = 900$

HUISWERK:

- (a) 5 (b) 4 (c) 3 (d) 2 (e) 1
(f) 15 sirkels: $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ (tel die aantal sirkels in elke ry)
- $7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 28$ sirkels
- $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$ sirkels
- 10; 15; 21; 78; 120;

