

# WISKUNDE GRAAD 8

DATUM .....



## ONDERWERP: MEETKUNDE VAN 2D VOORWERPE

### KONSEPTE EN VAARDIGHEDE WAT BEMEESTER MOET WORD:

#### By the end of the lesson learners should know and be able to

- Identifiseer en skryf duidelike definisies van driehoeke met betrekking tot hul sye en hoekel deur te ondersky tussen:
  - Gelybenige driehoeke; gelyksydige driehoeke; reghoekige driehoeke
- Identidiseer en skryf duidelike definisies van vierhoeke deur te verwys na hul sye en hoeke. Moet kan onderskei tussen:
  - Parallelogram; reghoek; vierkant; ruit; trapesium; vlieër

<b>1. BRONNE:</b>	DBE Werkboek 1, Sasol-Inzalo boek 1, Handboeke,
<b>AANLYN BRONNE</b>	<a href="https://drive.google.com/open?id=1Qw6gZzmSxQ-ypsHmqx1LHnVbA2HsKX79">https://drive.google.com/open?id=1Qw6gZzmSxQ-ypsHmqx1LHnVbA2HsKX79</a>  <a href="https://www.thelearningtrust.org/asp-treasure-box">https://www.thelearningtrust.org/asp-treasure-box</a>

### 4. INLEIDING

Hersiening van die konsepte van graad 8:



'n Driehoek is 'n geslote 2 D voorwerp met drie reguit lyne. Ons kan verskillende driehoeke benoem en klassifiseer volgens die lengte van hul sye en volgens die grootte van hul hoeke.

**DRIEHOEKE WORD BENOEM VOLGENS HUL HOEKE EN HUL SYE.**

DAG 1; AKTIWITEIT 1:

LES AANBIEDING/ONTWIKKELNG (Voorgestelde tyd: 20min)

Onderrig aktiwiteite



**Leerder aktiwiteite**  
(Daar word van leerders verwag om:)

Werk deur die volgende aktiwiteit:

**AKTIWITEIT 1: BENOEM DRIEHOEKE VOLGENS HUL SYE:**

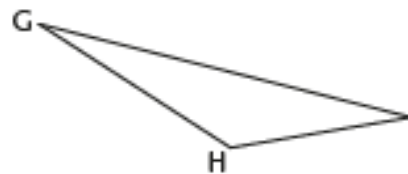
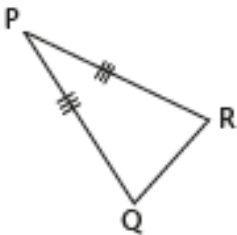
1. Pas die naam van elke sort driehoek met die regte beskrywing:

Naam van driehoek	Beskrywing van driehoek
Gelykbenige driehoek	Al die sye van 'n driehoek is gelyk.
Ongelyksydige driehoek	Nie een van die sye van 'n driehoek is gelyk nie.
Gelyksydige driehoek	Twee sye van 'n driehoek is gelyk.

• Leerders kan reageer terwyl onderwyser op die bord werk



2. Benoem elke sort driehoek deur sy sye te bestudeer:



**AKTIWITEIT 2: BENOEM DRIEHOEKE VOLGENS HUL HOEKE:**

Bestudeer die volgende driehoeke en beantwoord dan die vrae:



**Skerphoekige driehoek**

**Reghoekige driehoek**

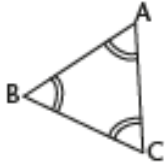
**Stomphoekige**

1. Is al die hoeke van 'n driehoek altyd gelyk (ewe groot)?
2. Wat noem ons 'n driehoek wat 'n stomphoek het?
3. Wat noem ons 'n driehoek wat slegs skerphoeke het?

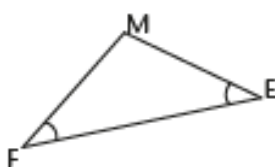
4. Hoe groot moet een van die hoeke van 'n driehoek wees om as 'n regte driehoek geklassifiseer te word?

### AKTIWITEIT 3: ONDERSOEK DIE HOEKE EN SYE VAN DRIEHOEKE

Bestudeer die driehoeke hier onder. Die boog wys watter hoeke gelyk is.



**Gelyksydige driehoek  
driehoek**



**Gelykbenige driehoek**



**Reghoekige**

NOTA:

1.  $\triangle ABC$  is 'n gelyksydige driehoek. Wat let jy op van sy hoeke?
2.  $\triangle FEM$  is 'n gelykbenige driehoek. Wat let jy op van sy hoeke?
3.  $\triangle JKL$  is 'n reghoekige driehoek. Is sy langste sy oorkant die  $90^\circ$  hoek?

### KONSOLIDASIE / SAMEVATTING

Lê klem op die volgende:

Eienskappe van driehoeke:

- Die som van die binnehoeke van 'n driehoek is  $180^\circ$ .
- 'n Gelyksydige driehoek se sye is almal ewe lank en die hoeke is almal gelyk aan  $60^\circ$ .
- 'n Gelykbenige driehoek het twee gelyke sye en die hoeke oorkant die gelyke sye is ook gelyk
- 'n Ongelyksydige driehoek het geen gelyke sye nie.
- 'n Reghoekige driehoek het 'n regtehoek ( $90^\circ$ ).
- 'n Stomphoekige driehoek het 'n stomphoek. (tussen  $90^\circ$  en  $180^\circ$ ).
- 'n Skerphoekige driehoek het drie skerphoeke ( $< 90^\circ$ ).



**MEMORANDUM: DAG 1**

**Aktiwiteit 1:**

Naam van driehoek	Beskrywing van driehoek
Gelykbenige driehoek	Al die sye van 'n driehoek is gelyk.
Ongelyksydige driehoek	Nie een van die sye van 'n driehoek is gelyk nie.
Gelyksydige driehoek	Twee sye van 'n driehoek is gelyk.

**2. Van links na regs:**

- Gelykbenige driehoek
- Gelyksydige driehoek
- ongelyksydige driehoek

**Aktiwiteit 2:**

1. Nee
2. Ongelyksydige driehoek
3. Skerphoekige driehoek
4.  $90^\circ$

**Aktiwiteit 3:**

1. Alle hoeke is gelyk
2. Sleg twee hoeke is gelyk
3. Ja

DAG 2; AKTIWITEIT 2:

LES AANBIEDING/ONTWIKKELNG

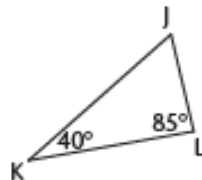
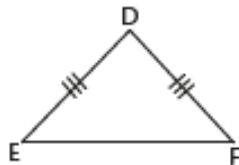
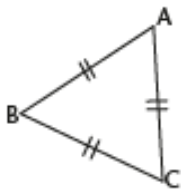
Onderrig aktiwiteite



**Leerder aktiwiteite**  
(Daar word van leerders verwag om:)

**Aktiwiteit 1**

Kyk na die volgende voorbeelde waar onbekende hoeke en sye uitgewerk word wanneer slegs geselekteerde informasie gegee word. Die rede vir elke stelling word in die hakies gegee.



$\angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$  [Hoeke in 'n gelyksydige  $\Delta = 60^\circ$ ]

$DE = DF$  [Gegee]

$\angle E = \angle F$  [Hoeke tenor gelyke sye van 'n gelykbenige  $\Delta$  is gelyk]

$\angle J = 55^\circ$  [Die som van die binnehoeke van 'n  $\Delta = 180^\circ$ ; so  $\angle J = 180^\circ - 40^\circ - 85^\circ$ ]

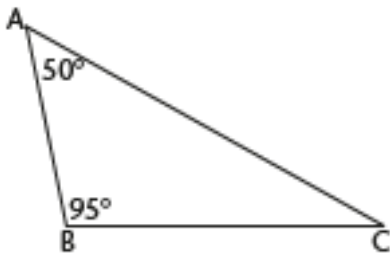
Jy kan die redes soos volg verkort:

- Som van die binnehoeke ( $\angle e$ ) van 'n driehoek ( $\Delta$ ) =  $180^\circ$ : **Binne  $\angle e$  van  $\Delta$**
- Gelykbenige driehoek het twee sye en twee hoeke wat gelyk is:

**Gelykbenige  $\Delta$**

- Gelyksydige driehoek en 3 sye en drie hoeke wat gelyk is: **Gelyksydige  $\Delta$**
- Hoeke wat 'n reguit lyn vorm =  $180^\circ$ : **Reguit lyn**

1. Vind  $\angle C$



Werk in pare en voltooi die tabel



**KONSOLIDASIE / SAMEVATTING**

Lê klem op die volgende:

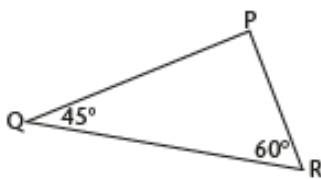
- Som van die binnehoeke ( $\angle e$ ) van 'n driehoek( $\Delta$ ) =  $180^\circ$ : Binne  $\angle e$  van  $\Delta$
- Gelykbenige driehoek het twee sye en twee hoeke wat gelyk is: Gelykbenige  $\Delta$
- Gelyksydige driehoek het dries ye en drie hoeke wat gelyk is: Gelyksydige  $\Delta$
- Hoeke wat 'n reguit lyn vorm =  $180^\circ$ : Reguit lyn



**HUISWERK/KONSOLIDASIE:** Doen die volgende oefeninge. Die antwoorde kan aan die einde van die les gevind word.

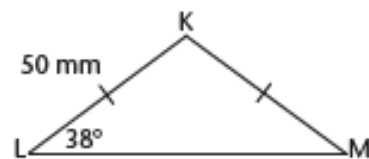
**PROBEER EERS OM DIE SOMME TE DOEN VOORDAT JY NA DIE OPLOSSING GAN KYK OF JY KORREK GEWERK HET**

1. Vind  $\angle P$

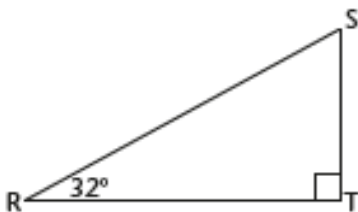


2. (a) Vind KM.

(b) Vind  $\angle K$ .

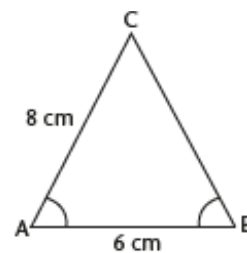


3. Wat is die grootte van  $\angle S$ ?

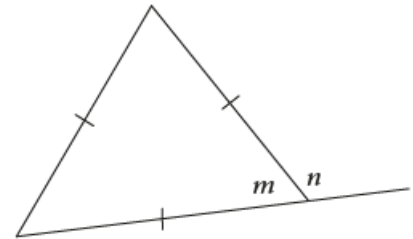


4. a) Vind AB.

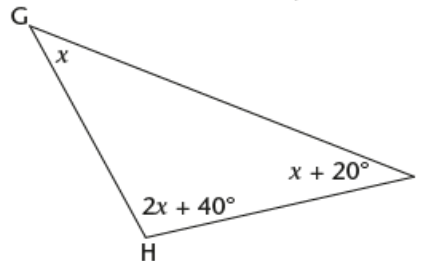
b) Vind  $\angle C$  as  $\angle A = 50^\circ$ .



5. Hoek  $m$  en  $n$  vorm 'n reguit lyn. Bereken die grootte van  $m$  en  $n$ .



6. Bereken die grootte van  $x$  en  $\angle H$



## HUISWERK ANTWOORDE: DAG 2

- $\hat{Q} + \hat{P} + \hat{R} = 180^\circ$  [Binne  $\angle$ e van 'n  $\Delta$ ]  
 $45^\circ + \hat{P} + 60^\circ = 180^\circ$   
 $\hat{P} = 180^\circ - 45^\circ - 60^\circ$   
 $\hat{P} = 75^\circ$
- (a)  $KM = KL = 50$  mm  
(b)  $\hat{L} = \hat{M} = 38^\circ$  [Gelykbenge  $\Delta$ ]  
 $\hat{K} + \hat{L} + \hat{M} = 180^\circ$  [Binne  $\angle$ e van 'n  $\Delta$ ]  
 $\hat{K} + 38^\circ + 38^\circ = 180^\circ$   
 $\hat{K} = 180^\circ - 38^\circ - 38^\circ$   
 $\hat{K} = 104^\circ$
- $\hat{S} + \hat{T} + \hat{R} = 180^\circ$  [Binne  $\angle$ e van 'n  $\Delta$ ]  
 $\hat{S} + 90^\circ + 32^\circ = 180^\circ$   
 $\hat{S} = 180^\circ - 90^\circ - 32^\circ$   
 $= 58^\circ$
- (a)  $DF = DE = 4$  mm [Gelykbenige  $\Delta$ ]  
(b)  $\hat{D} + \hat{E} + \hat{F} = 180^\circ$  [Binne  $\angle$ e van 'n  $\Delta$ ]  
 $100^\circ + \hat{E} + \hat{E} = 180^\circ$   
 $100^\circ + 2\hat{E} = 180^\circ$   
 $2\hat{E} = 180^\circ - 100^\circ$   
 $\hat{E} = 80^\circ \div 2$   
 $\hat{E} = 40^\circ$
- $m = 60^\circ$  [Gelyksydige  $\Delta$ ]  
 $m + n = 180^\circ$  [Reguitlyn]  
 $n = 180^\circ - 60^\circ$   
 $n = 120^\circ$

6.  $x + (2x + 40^\circ) + (x + 20^\circ) = 180^\circ$  [Binne <e van 'n  $\Delta$ ]  
 $4x = 180^\circ - 40^\circ - 20^\circ$   
 $4x = 120^\circ$   
 $x = 30^\circ$

$$\hat{H} = 2x + 40^\circ$$
$$\hat{H} = 2(30^\circ) + 40^\circ$$
$$\hat{H} = 100^\circ$$



**DAG 3; AKTIWITEIT 3:**

**LES AANBIEDING/ONTWIKKELNG**

Onderrig aktiwiteite



**Leerder aktiwiteite**  
(eenders word verwag om:)

**Hersiening van Vierhoeke:**

- 'n Reghoek is 'n parallelogram waarvan al vier hoeke  $90^\circ$  is.
- 'n Ruit is 'n parallelogram waarvan al 4 sye ewe lank is.
- 'n vierkant is 'n reghoek waarvan al vier sye ewe lank is en alle hoeke gelyk is aan  $90^\circ$
- 'n Trapesium is 'n vierhoek met een paar teenoorstaande sye wat parallel is.
- 'n Vlieër is 'n vierhoek met twee pare aangrensende sye wat gelyk is.

Tydens klassifisering van vierhoeke moet die volgende in gedagte gehou word:

- Reghoeke en ruite is spesiale soort parallelogramme
- 'n Vierkant is 'n spesiale soort reghoek en ruit.
- Eienskappe van vierhoeke wat leerders moet weet:
  - die som van die binnehoeke van vierhoeke =  $360^\circ$
  - die teenoorstaande sye van parallelogramme is parallel en gelyk
  - die teenoorstaande hoeke van parallelogramme is gelyk
  - die teenoorstaande hoeke van 'n ruit is gelyk
  - die teenoorstaande sye van 'n ruit is gelyk en parallel
  - die hoeke van reghoeke en vierkante is almal  $90^\circ$
  - a trapesium het een paar teenoorstaande sye wat parallel is.

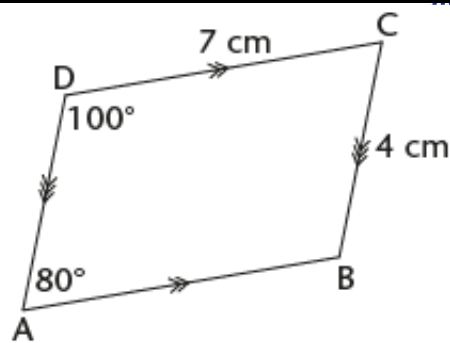


**Werk deur die volgende aktiwiteit:**

**AKTIWITEIT 1 ONBEKENDE HOEKE EN SYE VAN VIERHOEKE**

Vind die **lengte/grootte** van al die onbekende **sy en hoeke** in die volgende vierhoek.

Gee redes om jou antwoord te ondersteun.  
(Onthou ook dat die som van al die binnehoeke van 'n vierhoek gelyk is aan  $360^\circ$ .)



## KONSOLIDASIE / SAMEVATTING

Lê klem op die volgende:

Tydens klassifisering van vierhoeke moet die volgende in gedagte gehou word:

- Reghoeke en ruite is spesiale soort parallelgramme
- 'n Vierkant is 'n spesiale soort reghoek en ruit.



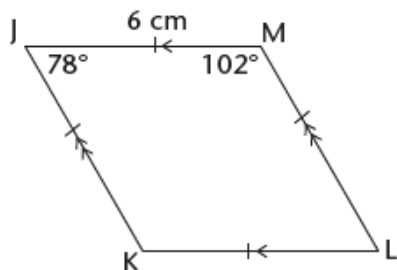
**HUISWERK/KONSOLIDASIE:** Doen die volgende oefeninge. Die antwoorde kan aan die einde van die les gevind word.

### PROBEER EERS OM DIE SOMME TE DOEN VOORDAT JY NA DIE OPLOSSING GAN KYK OF JY KORREK GEWERK HET

Vind die lengte van al die **onbekende sye** en **hoeke** in die volgende vierhoeke:

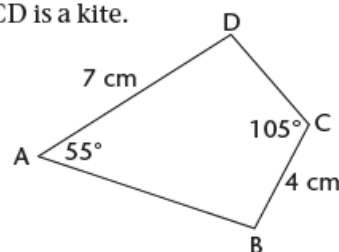
Gee redes om jou antwoorde te ondersteun.

1.

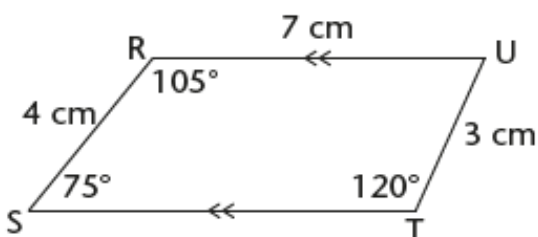


2. ABCD is ' vlieër

ABCD is a kite.



3. Die omtrek van RSTU is 23cm



## HUISWERK ANTWOORDE: DAG 3

1. JKLM is 'n ruit [teenoorstaande sye||en al die sye is gelyk]  
 $JK=LM=KL=JM=6\text{cm}$  [Ruit]  
 $\hat{K}=\hat{M}=102^\circ$  [ruit]  
 $\hat{J}=\hat{L}=18^\circ$  [ruit]
2.  $\hat{D}=\hat{B}$  [vlieër]  
 $\hat{D}+\hat{B}+55^\circ+105^\circ = 360^\circ$  [vierhoek]  
 $2\hat{D}=360^\circ - 105^\circ - 55^\circ$   
 $\hat{D}=100^\circ=\hat{B}$   
 $AB=AD=7\text{cm}$  [vlieër]  
 $BC=CD=4\text{cm}$  [vlieër]
3.  $4+7+3+ST=23\text{cm}$   
 $ST= 9\text{cm}$   
 $75^\circ+105^\circ+120^\circ+ \hat{U}=360^\circ$  [vierhoek]  
 $\hat{U}=60^\circ$

**DAG 4; AKTIWITEIT 4:**

**LES AANBIEDING/ONTWIKKELNG**

**Onderrig aktiwiteite**



**Werk deur die volgende aktiwiteit:**

**AKTIWITEIT 1: KONGRUENSIE:**

**Verwys na die figuur en beantwoord die vrae gebaseer op die vorms in die figuur:**

1.  $\triangle ABC$  is gereflekteer in die vertikale lyn (spieël) om  $\triangle KLM$  te gee.

**Is die groottes en vorms van die twee driehoek presies dieselfde?**

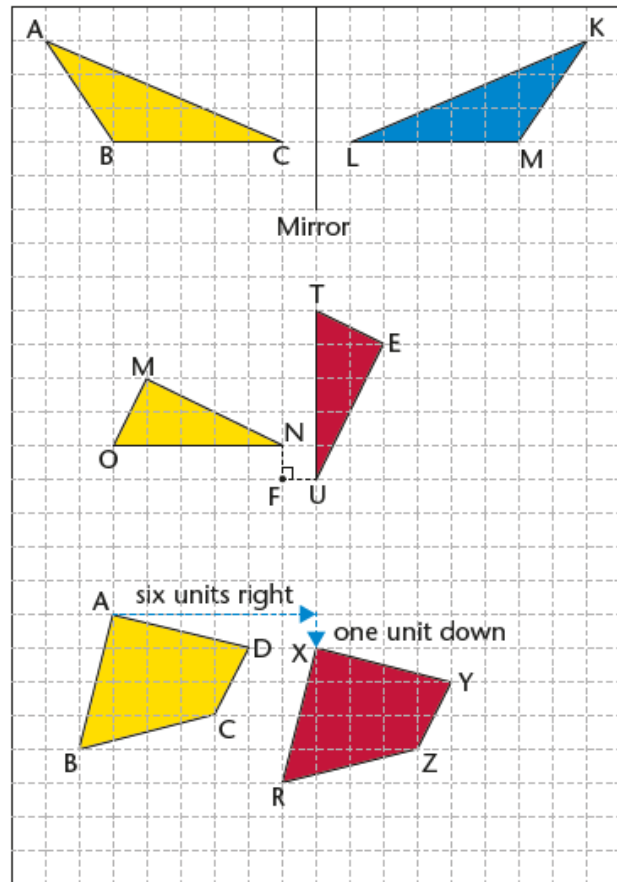
2.  $\triangle MON$  is  $90^\circ$  roteer om punt F om  $\triangle TUE$  te gee.

**Is die grootte en vorms van  $\triangle MON$  en  $\triangle TUE$  presies dieselfde?**

3. Vierhoek ABCD is ses eenhede na regs en en een eenheid na onder transleer om vierhoek XRZY te gee.

**Is ABCD en XRZY presies dieselfde?**

In hierdie aktiwiteit is elke figuur getransformeer (reflekteer, roteer, transleer) om 'n tweede figuur te kry. Die tweede figuur in elke paar het **dieselfde hoekgroottes, sylengtes en oppervlakte** as die eerste figuur. Die tweede figuur is dus 'n akkkurate kopie van die eerste figuur.



**Wanneer een figure 'n presies kopie van 'n ander figuur is sê ons die twee figure is kongruent.**

**Die simbool vir kongruensie is:  $\equiv$**

Bevoorbeeld, in  $\triangle ABC$  en  $\triangle KLM$ ,

$\angle A$  is kongruent aan (is gelyk aan)  $\angle K$

$\angle B$  is kongruent aan  $\angle M$

$\angle C$  is kongruent aan  $\angle L$

Ons kan gevolglik die volgende notasie gebruik:  $\triangle ABC \equiv \triangle KLM$

Terselfde ty is die volgende waar vir die ander pare vorms:

$\triangle MON \equiv \triangle TUE$  en  $ABCD \equiv XRZY$ .

Die notasie vir kongruensie wys ook watter sye van die twee figure ooreenstem en gelyk is. Byvoorbeeld,  $\triangle ABC \equiv \triangle KML$  wys dat:  $AB = KM$ ,  $BC = ML$  en  $AC = KL$ .

### KONSOLIDASIE / SAMEVATTING

Lê klem op die volgende:

Wanneer een figuur 'n afdruk/kopie van in ander figuur is sê ons die figure is kongruent. Die simbool vir kongruensie is:  $\equiv$



**HUISWERK/KONSOLIDASIE:** Doen die volgende oefeninge. Die antwoorde kan aan die einde van die les gevind word.

**PROBEER EERS OM DIE SOMME TE DOEN VOORDAT JY NA DIE OPLOSSING GAN KYK OF JY KORREK GEWERK HET**

Kopieër die tabel en skryf watter hoeke en sye gelyk is aan mekaar:

1. $\triangle PQR \equiv \triangle UCT$	2. $\triangle KLM \equiv \triangle UWC$
---	---

Pare kongruente figure:

### HUISWERK ANTWOORDE: DAG 4

<p>1. <math>\triangle PQR \equiv \triangle UCT</math></p> <p><math>\hat{P}=\hat{U}</math>, <math>\hat{Q}=\hat{C}</math>, <math>\hat{R}=\hat{T}</math>  <math>PQ=UC</math>, <math>QR=CT</math>, <math>PR=UT</math></p>	<p>2. <math>\triangle KLM \equiv \triangle UWC</math></p> <p><math>\hat{K}=\hat{U}</math>, <math>\hat{L}=\hat{W}</math>, <math>\hat{M}=\hat{C}</math>  <math>KL=UW</math>, <math>LM=WC</math>, <math>KL=PQ</math></p>
---	---

**DAG 5; AKTIWITEIT 5:**

**LES AANBIEDING/ONTWIKKELNG**

Onderrig aktiwiteite



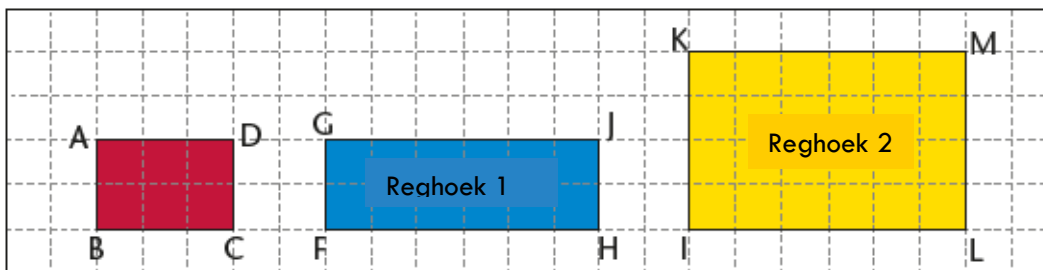
**Leerder aktiwiteite**  
(Daar word van leerders verwag om:)

Werk deur die volgende aktiwiteit

**AKTIWITEIT: GELYKVORMIGHEID**

In Graad 7 het jy geleer dat twee vorms gelykvormig is as hul dieselfde vorm het (hul hoeke is ewe groot), maar dat hul mag verskil in grootte. Die sye van een figuur is proporsioneel (in die selfde verhouding) langer of korter as die ander figuur sn; d.w.s. die lengte van elke sy word gemaal of gedeel met dieselfde waarde. Ons sê een figuur is 'n vergroting of verkleining van die ander figuur.

1. Kyk na die reghoeke hier onder en beantwoord die vrae wat volg:



(a) Bestudeer reghoek 1 en ABCD.

- Hoeveel keer is FH langer as BC?
- Hoeveel keer is GF langer as AB?

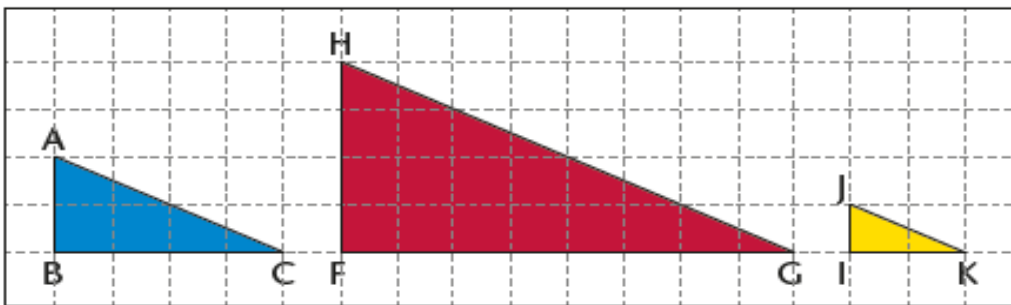
(b) Bestudeer reghoek 2 en ABCD

- Hoeveel keer is IL langer as BC?
- Hoeveel keer is LM langer as CD?

(c) Is reghoek 1 of reghoek 2 'n vergroting van reghoek ABCD? Verduidelik jou antwoord.



2. Bestudeer die driehoeke hier onder en beantwoord die vrae wat volg:



(a) Hoeveel keer is:

- FG langer as BC? HF Langer as AB?
- HG langer as AC? IK korter as BC?
- JI korter as AB? JK korter as AC?

(b) Is  $\triangle HFG$  'n vergroting van  $\triangle ABC$ ? Verduidelik jou antwoord.

(c) Is  $\triangle JIK$  'n verkleining van  $\triangle ABC$ ? Verduidelik jou antwoord.

## KONSOLIDASIE / SAMEVATTING

Lê klem op die volgende:

- Wanneer jy 'n veelhoek vergroot of verklein moet al sy sye in verhouding vergroot of verklein word (m.a.w. in dieselfde verhouding) Dit beteken dat jy jy elke lengte met dieselfde waarde moet maal of deel.

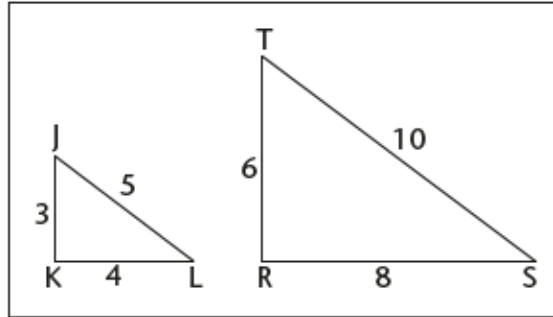
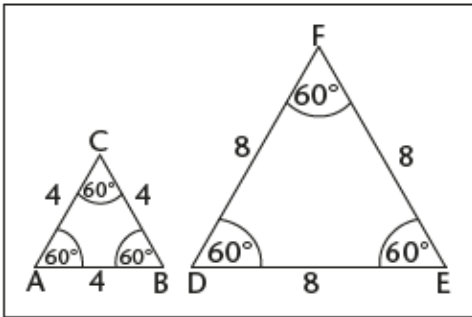


Gelykvormige figure is figure waarvan die hoeke dieselfde is, maar wat nie noodwendig dieselfde grootte is nie.

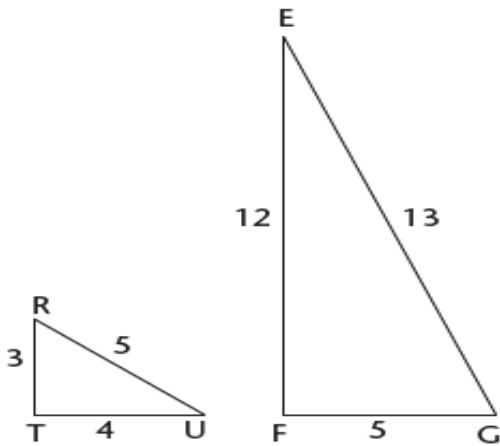
**HUISWERK/KONSOLIDASIE:** Doen die volgende oefeninge. Die antwoorde kan aan die einde van die les gevind word.

**PROBEER EERS OM DIE SOMME TE DOEN VOORDAT JY NA DIE OPLOSSING GAN KYK OF JY KORREK GEWERK HET**

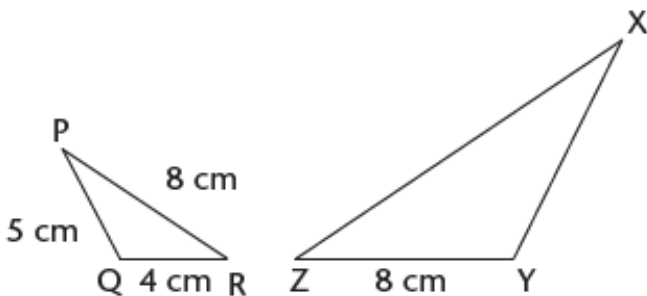
1. Is die driehoeke in elke paar gelykvormig? Gee in elke geval 'n rede vir jou antwoord.



2. Is  $\triangle RTU \sim \triangle EFG$ ? Gee 'n rede vir jou antwoord.



3.  $\triangle PQR \sim \triangle XYZ$ . Bepaal die lengte van XZ en XY.



4. Is die volgende stellings waar of onwaar? Verduidelik jou antwoorde.

- (a) Figure wat kongruent is is ook gelykvormig.
- (b) Figure wat gelykvormig is is ook kongruent.
- (c) Alle reghoeke is gelykvormig.
- (d) Alle vierkante is gelykvormig.



## HUISWERK ANTWOORDE: DAG 5

1. Ja. Die hoeke is dieselfde grootte (gelyksydige  $\Delta$ ).  
Ja. Die ooreenstemmende sye is in dieselfde verhouding vergroot.
2. Nee. Al is  $RT \times 4 = EF$ , is TU minder as 2 keer groter as FG.
3.  $ZY$  is  $2 \times QR$ . So  $XZ = 2PR = 16$  cm en  $XY = 2PQ = 10$  cm
4. (a) Waar, die ooreenstemmende sye is in dieselfde verhouding (eintlik gelyk).  
(b) Onwaar, die ooreenstemmende sye is nie noodwendig dieselfde lengte nie.  
(c) Onwaar, die breedte kan vergroot word in 'n verhouding, teryl die lengte in 'n ander verhouding vergroot mag wees.  
(d) Waar, ooreenstemmende sye is in dieselfde verhouding want lengte=breedte