

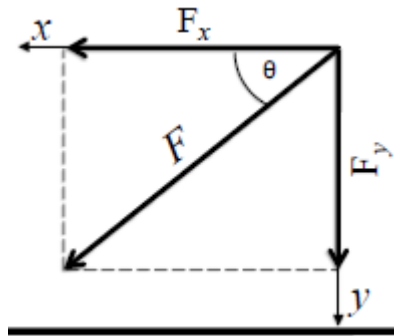


VAK EN GRAAD	FISIESE WETENSKAPPE Graad 11	
KWARTAAL 1	Week 2	
ONDERWERP	VEKTORE IN 2 DIMENSIES	
DOEL VAN LES	Aan die einde van die les behoort jy te: <ul style="list-style-type: none">• Bereken die grootte van die resultant deur gebruik te maak van Pythagoras• Bepaal die rigting van die resultant deur van eenvoudige trigonometriese verhoudings gebruik te maak• Bepaal die resultant van twee vektore grafies deur die kop-aan-stert metode te gebruik• Of stert-aan-stert(parallelogram-metode) sowel as deur berekening• Verduidelik die betekenis van 'n geslote diagram	
MATERIAAL	Papier bronne	Digitale bronne
	<i>Handboek; pen; potlood; gradeboog en papier</i>	Sien simulاسie: 23FV at www.everythingscience.co.za Sien video: 23FW at www.everythingscience.co.za
INLEIDING	<ul style="list-style-type: none">➤ Hersien gr.10 werk oor vektore en week 1 se konsepte➤ Ons gaan verder oor hierdie konsepte leer oor vektore in 2 dimensie sowel as komponente van vektore	
ONDERWERP EN VAARDIGHEDE	<u>Sleutel Wiskunde Konsepte wat baie belangrik gaan wees om onderwerp baas te raak:</u> <ul style="list-style-type: none">• Stelling van Pythagoras — Wiskunde, Graad 10, Analitiese meetkunde• Eenhede en eenhede herleings — Fisiese Wetenskappe, Graad 10, Wetenskapvaardighede• Vergelykings — Wiskunde, Graad 10, Evergelykings en ongelykhede• Trigonometrie — Wiskunde, Graad 10, Trigonometrie• Grafieke — Wiskunde, Graad 10, Funksies en grafieke	

Vektore in 2D

OPDELING VAN KOMPONENTE

Diagonale vektore kan opgedeel word in komponente. Wanneer vektore in x- en y-komponente opgedeel word bepaal ons die horisontale (x-as) en vertikale (y-as) effekte van die vektor

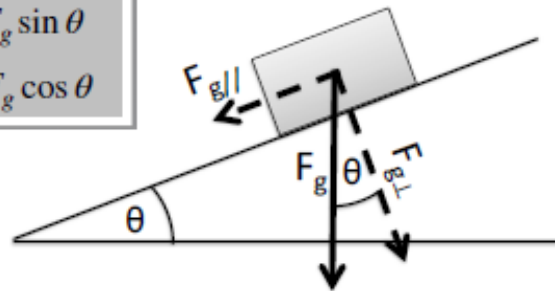


$$F_x = F \cos \theta$$
$$F_y = F \sin \theta$$

KOMPONENTE VAN 'N HELLING

Wanneer kragte toegepas word op 'n voorwerp teen 'n helling is dit nuttig om die kragte op te deel in parallelle (//) en loodregte vektorkomponente. Gravitasiëkrag (F_g) is die mees algemene krag wat in hierdie komponente teen 'n helling opgedeel kan word.

$$F_{g\parallel} = F_g \sin \theta$$
$$F_{g\perp} = F_g \cos \theta$$



Bepaal die groote van die resultante in two dimensie grafies:

Step 1: Kies 'n skaal en teken/dui asse aan

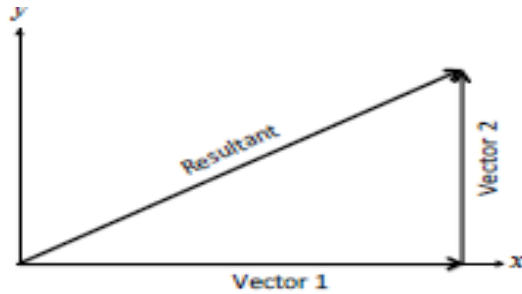
Step 2: Teken R_x

Step 3: Teken R_y

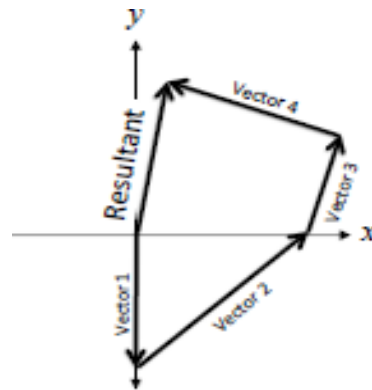
Step 4: Teken die resulterende vektor, R

Stert-aan-kop

Gebruik vir opeenvolgende vektore (vektore wat mekaar opvolg) Bv. 'n Boot vaar 90 m oos en beweeg daarna 50 m noord.

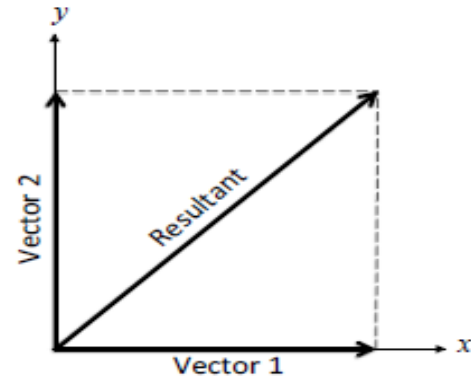


Hierdie prinsiep kan ook op meer as twee vektore (in volgorde) toegepas word. Die resultant begin by die eerste vector se stert en eindig by die laaste vektor se kop.

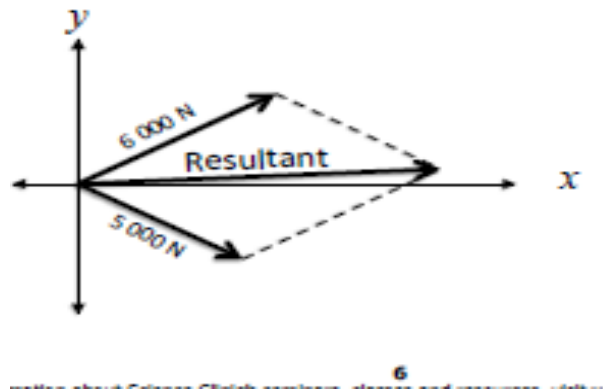


Parallelogram

Word gebruik vir vektore wat gelyktydig op dieselfde voorwerp inwerk. Die resultant is 'n hoeklyk van 'n parallelogram en begin by die vektore se sterte.



Bv. Twee sleepbote pas 'n krag van 6 000 N en 5 000 N teen 'n koers van 60° en 120° onderskeidelik op 'n vragskip, toe.



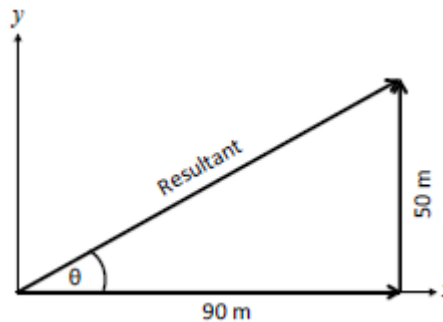
PYTHAGORAS (SLEGS 90°)

Pythagoras kan slegs toegepas word op vektordriehoeke wat reghoekige driehoeke is.

FOR FINDING SIDES: $R^2 = x^2 + y^2$	FOR FINDING ANGLES: $\sin \theta = \frac{o}{h}$ $\cos \theta = \frac{a}{h}$ $\tan \theta = \frac{o}{a}$
--	---

VOORBEELD:

'n Boot vaar 90 m oos waarna dit 50 m noord vaar. Bereken die verplasing van die boot



$$R^2 = x^2 + y^2$$

$$\sqrt{R} = \sqrt{90^2 + 50^2}$$

$$R = 102,96 \text{ m}$$

$$\tan \theta = o/a$$

$$\theta = \tan^{-1}(50/90)$$

$$\theta = 29,05^\circ$$

Onthou dat θ bereken is relatief tot die x-as,

$$\therefore \text{koers} = 90^\circ - 29,05^\circ = \mathbf{60,95^\circ}$$

$$\therefore \text{Verplasing} = 102,96 \text{ m teen 'n koers van } 60,95^\circ$$

OPTEL VAN KOMPONENTE

Die resultant van die diagonaal (hoeklyn-) kragte kan bereken word deur gebruik te maak van Pythagoras waar die x-resultant en y-resultant eerste bepaal word. Dit is veral nuttig vir die berekening van meer as 2 kragte wat toegepas word op 'n voorwerp waar 'n kragdriehoek nie gebruik kan word nie.

Stappe om die resultant te bereken:

1. Bereken die x- en y-komponente van elke krag
2. Bereken die x- en y-resultante van die komponente
3. Bereken die resultant deur gebruik te maak van Pythagoras
4. Bereken die hoek deur gebruik te maak van trigonometriese funksies

VOORBEELD:

Drie kragte word toegepas op 'n voorwerp soos aangetoon in die diagram onderaan. Bereken die resultante krag wat verrig word op die voorwerp.

STAP 1 : BEPAAL DIE X-EN Y KOMPONENT VAN ELKE KRAAG

1. 11N KRAAG:

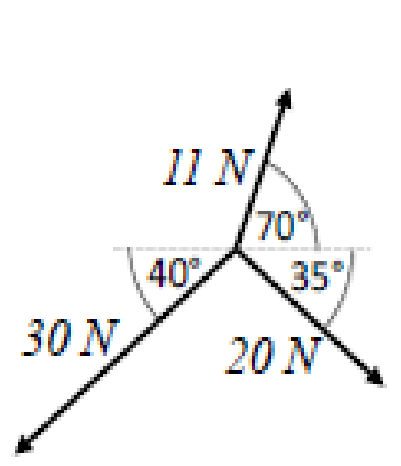
$$\begin{aligned}F_x &= F \cos \theta \\ &= 11 \cos 70 \\ &= 3,76 \text{ N regs}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_y &= F \sin \theta \\ &= 11 \sin 70 \\ &= 10,34 \text{ N opwaarts}\end{aligned}$$

30N KRAAG:

$$\begin{aligned}F_x &= F \cos \theta \\ &= 30 \cos 40 \\ &= 22,98 \text{ N links}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}F_y &= F \sin \theta \\ &= 30 \sin 40 \\ &= 19,28 \text{ N afwaarts}\end{aligned}$$



20N KRAG:

$$F_x = F \cos \theta$$

$$= 20 \cos 35$$

$$= 16,38 \text{ N regs}$$

$$F_y = F \sin \theta$$

$$= 20 \sin 35$$

$$= 11,47 \text{ N afwaarts}$$

STAP 2. BEPAAL DIE x- EN y-resultante

$$F_x = -3,76 + 22,98 - 16,38$$

$$= 2,84 \text{ N left}$$

$$F_y = -10,34 + 19,28 + 11,47$$

$$= 20,41 \text{ N afwaarts}$$

STEP 3. BEREKEN DIE RESULTANTE & 4. HOEK

$$R^2 = x^2 + y^2$$

$$R = 2,84^2 + 20,41^2$$

$$R = 20,61 \text{ N}$$

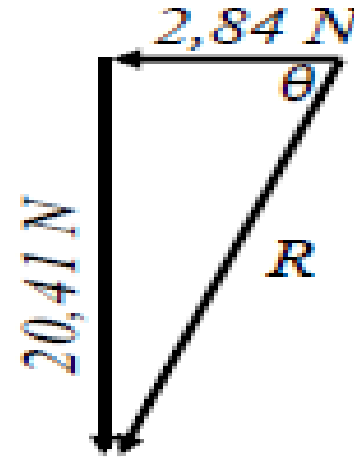
$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{20,41}{2,84}$$

$$= 82,08^\circ$$

$$\theta = 82,08^\circ$$

$$\therefore \text{Resultante} = 20,61 \text{ N teen 'n koers van } 187,92^\circ$$

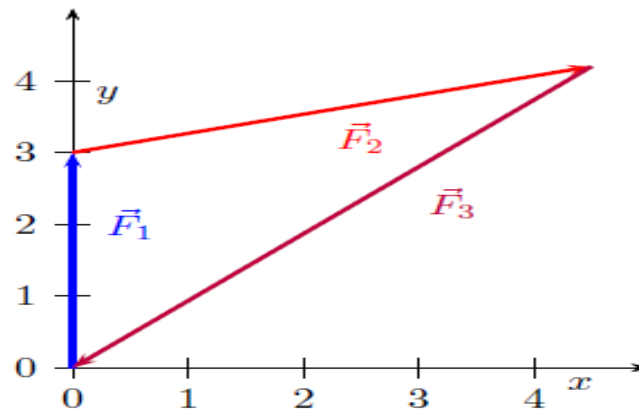


Geslote vektordiagramme

- 'n Geslote vektordiagram is 'n versameling vektore op die Cartesiese vlak geteken deur van die kop-na-stert metode gebruik te maak, en dit het 'n resultant met 'n grootte van nul.
- Dit beteken dat as die eerste vektor by die oorsprong begin, dan moet die laaste getekende vektor by die oorsprong eindig.
- die vektore vorm 'n geslote veelhoek, ongeag van hoeveel vektore geteken word.

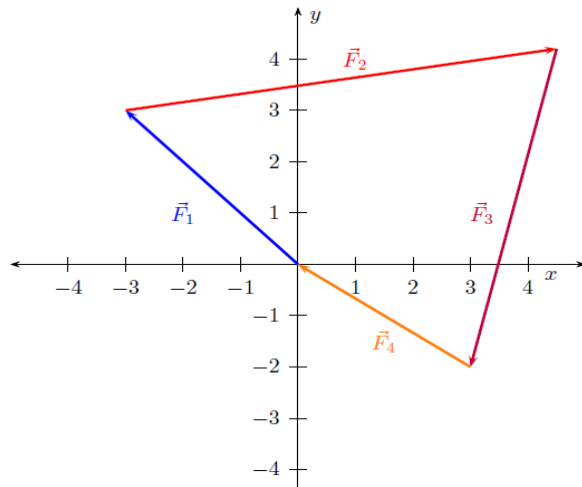
Hier is 'n paar voorbeelde van geslote vektordiagramme:

VOORBEELD



- In hierdie geval is daar 3 kragvektore. As die vektore kop-na-stert geteken word, en die eerste krag by die oorsprong begin, dan eindig die laaste getekende krag by die oorsprong.
- Die resultant sal 'n grootte van nul het. Die resultant word geteken vanaf die stert van die eerste vektor na die kop van die finale vektor.

2. In die diagram hieronder is daar 4 vektore wat ook 'n geslote vektordiagram vorm.



- In die geval van 4 vektore vorm die figuur 'n vierhoek. Enige veelhoek wat bestaan uit vektore wat kop-na-stert geteken is,
- sal 'n geslote vektor-diagram vorm, omdat 'n veelhoek geen openinge het nie.

AKTIWITEITE

AKTIWITEIT

1) Vind die resultant in die x-rigting, R_x , en y-rigting, R_y , vir die volgende kragte:

- a) $F_1 = 4,8$ N in die positiewe x-rigting
- b) $F_2 = 3,2$ N in die negatiewe x-rigting
- c) $F_3 = 1,9$ N in die positiewe y-rigting
- d) $F_4 = 2,1$ N in die negatiewe y-rigting

2. Teken die resultant van die volgende kragvektore deur die kop-na-stert metode te gebruik:

- a) $F_1 = 4,8$ N in die positiewe y-rigting
- b) $F_2 = 3,3$ N in die negatiewe x-rigting

AKTIWITEIT

3. Teken die resultant van die volgende kragvektore deur die kop-na-stert metode te gebruik en eerstens die resultant in die x- en y-rigtings te bepaal:

	<p>a) $F_1 = 5,2 \text{ N}$ in die positiewe y-rigting b) $F_2 = 7,5 \text{ N}$ in die negatiewe y-rigting c) $F_3 = 4,8 \text{ N}$ in die positiewe y-rigting d) $F_4 = 6,3 \text{ N}$ in die negatiewe x-rigting</p> <p>4. Vier kragte werk gelyktydig in op 'n punt. Vind die resultant indien die kragte:</p> <p>a) $F_1 = 2,3 \text{ N}$ in die positiewe x-rigting b) $F_2 = 4,9 \text{ N}$ in die positiewe y-rigting c) $F_3 = 4,3 \text{ N}$ in die negatiewe y-rigting d) $F_4 = 3,1 \text{ N}$ in die negatiewe y-rigting</p> <p>5. Ontbind elk van die volgende vektore in komponente:</p> <p>a) $F_1 = 105 \text{ N}$ teen $23,5^\circ$ vanaf die positiewe x-as. b) $F_2 = 27 \text{ N}$ teen $58,9^\circ$ vanaf die positiewe x-as. c) $F_3 = 11,3 \text{ N}$ teen 323° vanaf die positiewe x-as.</p>
KONSOLIDASIE	<p>OPSOMMING</p> <ul style="list-style-type: none"> ➤ Vektore in twee dimensies kan op 'n Cartesiese vlak geteken word; Vektore kan grafies bymekaar getel word met die kop-na-stert of stert-na-stert metode (PARALLELOGRAM METODE). ➤ 'n Geslote vektordiagram is 'n stel vektore op die Cartesiese vlak, geteken met die kop-na-stert metode, met 'n resultante grootte van nul. ➤ Vektore kan algebraies bymekaar getel word met Pythagoras se stelling, of met komponente. ➤ Die rigting van 'n vektor kan met eenvoudige trigonometriese berekeninge gevind word. ➤ Die komponente van 'n vektor is 'n reeks vektore wat, wanneer dit gekombineer word, die oorspronklike vektor as resultant gee. ➤ Komponente word gebruik om met die Cartesiese koördinaat-asse vergelyk te word. Vir 'n vektor F wat 'n hoek θ vorm met die positiewe x-as, is die x-komponent $R_x = R \cos(\theta)$ en die y-komponent is $R_y = R \sin(\theta)$.
WAARDES	<p><i>Verskillende aksies in ons daaglikse lewe het verskillende uitkomst. Jou aksie maak 'n impak op ander wat in dieselfde sisteem werk. Ons kan die beginsel van vektore toepas in sport, werkplek en ook in die mediese veld veral wanneer oogtoetse gedoen word.</i></p> <p><i>Om Akuraat te meet is 'n belangrike vaardigheid in vektore.</i></p>